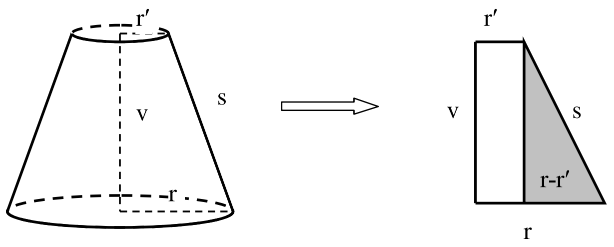
14) Vypočítejte výšku komolého kuželu, který má poloměry podstav 3 cm a 9 cm a stranu kuželu 10 cm.

***Řešení:***




Opět pomocí Pythagorovy věty počítáme výšku komolého kuželu:

$v = \sqrt{s^2 - (r - r')^2}$ Tedy

$v = \sqrt{10^2 - (9-3)^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = \underline{\underline{8\ \text{cm}}}$

Autor: Mgr. Lechnerová

Publikace neprošla jazykovou úpravou a je určena pro vnitřní potřebu školy.

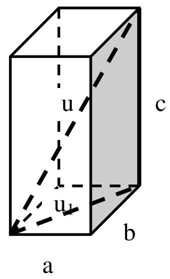


# ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

## HRANOL

1) Vypočítejte úhlopříčku podstavy a tělesovou úhlopříčku kvádru o rozměrech: $a = 3$ cm; $b = 4$ cm; $c = 7$ cm.

***Řešení:***




Podstavou je obdélník o stranách 3 cm a 4 cm. Úhlopříčky vypočítáme pomocí Pythágorovy věty:

$$u_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$u = \sqrt{u_1^2 + c^2}.$$

Spojíme-li oba vzorce dostaneme:

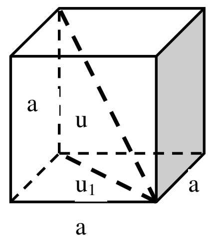
$$u = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$u_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = \underline{\underline{5\ \text{cm}}}$

$u = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74} \doteq \underline{\underline{8{,}6\ \text{cm}}}$

2) Vypočítejte úhlopříčku podstavy a tělesovou úhlopříčku krychle o hraně $a = 2$ cm.

***Řešení:***




Úhlopříčky vypočítáme pomocí Pythágorovy věty:

$u_1 = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2} \cdot a$

$u = \sqrt{2a^2 + a^2} = \sqrt{3} \cdot a$

Potom

$u_1 = \sqrt{2}\cdot 2 \doteq \underline{\underline{2{,}8\ \text{cm}}}$

$u = \sqrt{3}\cdot 2 \doteq \underline{\underline{3{,}5\ \text{cm}}}$

3) Určete hranu krychle, jejíž tělesová úhlopříčka měří 9 cm.

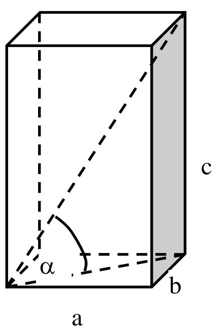
***Řešení:***

$u = \sqrt{3}\cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{u}{\sqrt{3}}$ Potom

$a = \dfrac{9}{\sqrt{3}} \doteq \underline{\underline{5{,}2\ \text{cm}}}$

4) Jak je vysoký kvádr o podstavě obdélníka o rozměrech 8 cm a 6 cm, jestliže tělesová úhlopříčka svírá s podstavou úhel 60°? Jak je tato tělesová úhlopříčka dlouhá?

***Řešení:***




$c = u_1 \cdot \mathrm{tg}\alpha \wedge u_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ Potom

$u_1 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

$c = 10 \cdot \mathrm{tg}60° \doteq \underline{\underline{17{,}32\ \text{cm}}}$

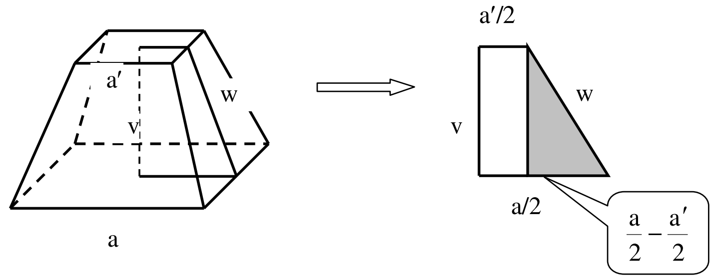
$u = \sqrt{u_1^{\,2} + c^2}$ Potom

$u = \sqrt{10^2 + 17{,}32^2} \doteq \underline{\underline{20\ \text{cm}}}$

α



***Řešení:***




Výšku komolého hranolu můžeme vypočítat pomocí Pythagorovy věty $v = \sqrt{w^2 - \left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{a'}{2}\right)^2}$

Tedy

$v = \sqrt{10^2 - \left(\dfrac{20}{2} - \dfrac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = \underline{\underline{6\ \text{cm}}}$

13) Vypočítejte výšku boční stěny komolého pravidelného čtyřbokého jehlanu, jestliže podstavné hrany měří 6 a 20 m a tělesová výška 24 m.

***Řešení:***

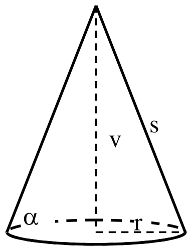
Výšku boční stěny komolého hranolu můžeme vypočítat pomocí Pythagorovy věty $w = \sqrt{v^2 + \left(\dfrac{a}{2} - \dfrac{a'}{2}\right)^2}$

Tedy

$w = \sqrt{24^2 + \left(\dfrac{20}{2} - \dfrac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{576 + 49} = \sqrt{625} = \underline{\underline{25\ \text{cm}}}$

10) Strana kuželu svírá s podstavou úhel 45°. Vypočítejte poloměr podstavy, jestliže výška kuželu měří 60 cm.

***Řešení:***



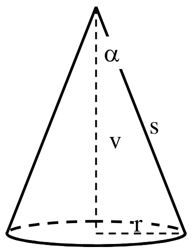

Poloměr podstavy počítáme pomocí goniometrických funkcí:

$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v}{r} \quad \Rightarrow r = \frac{v}{\mathrm{tg}\alpha}$ Potom

$r = \frac{60}{\mathrm{tg}40°} \doteq \underline{\underline{71{,}5\ \mathrm{cm}}}$

11) Strana kuželu svírá s výškou úhel 15°. Vypočítejte poloměr podstavy, jestliže strana kuželu měří 50 cm.

***Řešení:***




Poloměr podstavy počítáme pomocí goniometrických funkcí:

$\sin\alpha = \frac{r}{s} \quad \Rightarrow r = s \cdot \sin\alpha$ Tedy

$r = 50 \cdot \sin 15° \doteq \underline{\underline{12{,}9\ \mathrm{cm}}}$

## KOMOLÁ TĚLESA

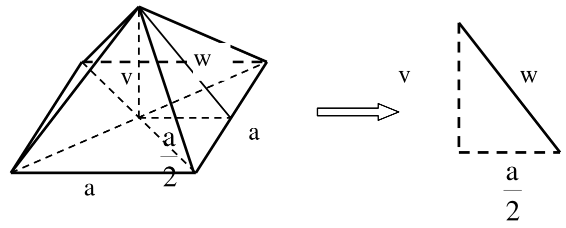
12) Jak je vysoký komolý pravidelný čtyřboký jehlan, jestliže podstavné hrany měří 4 a 20 m a výška boční stěny 10 m.



## JEHLAN

5) Vypočítejte výšku boční stěny pravidelného čtyřbokého jehlanu, jehož podstavná hrana měří 6 cm a tělesová výška 4 cm.

***Řešení:***

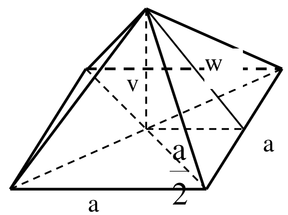



Počítáme podle Pythágorovy věty: $w = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$w = \sqrt{4^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = \underline{\underline{5\ \mathrm{cm}}}$

6) Vypočítejte tělesovou výšku pravidelného čtyřbokého jehlanu, jestliže jeho podstavná hrana měří 18 cm a výška boční strany 15 cm.

***Řešení:***



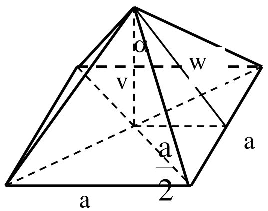

Tělesovou výšku pravidelného čtyřbokého jehlanu počítáme opět podle Pythagorovy věty:

$v = \sqrt{w^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ Tedy

$v = \sqrt{15^2 - \left(\frac{18}{2}\right)^2} = \sqrt{225-81} = \sqrt{144} = \underline{\underline{12\ \mathrm{cm}}}$

7) Tělesová výška a výška bočné stěny pravidelného čtyřbokého jehlanu svírá úhel $31°$. Výška bočné stěny měří $35$ cm. Určete rozměry jehlanu (tělesová výška a hrana podstavy).

***Řešení:***




Tělesovou výšku vypočítáme pomocí goniometrických funkcí:

$$\cos\alpha = \frac{v}{w} \quad \Rightarrow \quad v = w \cdot \cos\alpha$$

Hranu podstavy můžeme vypočítat pomocí libovolné goniometrické funkce nebo podle Pythágorovy věty:

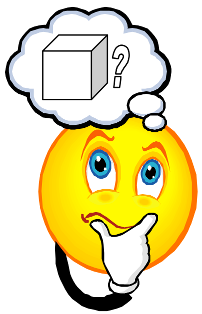
$$\sin\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{w} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{2} = w \cdot \sin\alpha \quad \text{nebo} \quad \frac{a}{2} = \sqrt{w^2 - v^2}$$

Tedy

$$v = 35 \cdot \cos 31° \doteq \underline{\underline{30\ \text{cm}}}$$

$$\frac{a}{2} = 35 \cdot \sin 31° \doteq 18 \quad \Rightarrow \quad a = 2 \cdot 18 = \underline{\underline{36\ \text{cm}}} \quad \text{nebo}$$

$$\frac{a}{2} = \sqrt{35^2 - 30^2} \doteq 18 \quad \Rightarrow \quad a = \underline{\underline{36\ \text{cm}}}$$

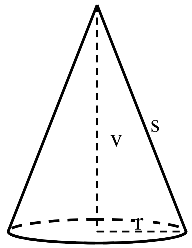





## *KUŽEL*

8) Vypočítejte stranu kužele, který má poloměr $8$ m a je vysoký $15$ m.

***Řešení:***




Stranu kužele počítáme pomocí Pythágorovy věty:

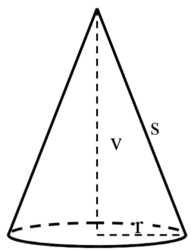
$$s = \sqrt{v^2 + r^2} \qquad \text{Tedy}$$

$$s = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = \underline{\underline{17\ \text{cm}}}$$

9) Vypočítejte průměr podstavy kuželu, který je vysoký $24$ cm a jeho strana měří $26$ cm.

***Řešení:***

Poloměr kuželu počítáme pomocí Pythágorovy věty:




$$r = \sqrt{s^2 - v^2} \qquad \text{Tedy}$$

$$r = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10 \quad \Rightarrow \quad d = 2r = \underline{\underline{20\ \text{cm}}}$$